# Bewertung des technischen Zustandes und des wirtschaftlichen Betriebes von wasserführenden Porenspeichern

Wolfgang Schacht (VDI)

**Wasserführende Porenspeicher, Programmpaket MATLAB®, Speichermodell, Speichersimulation, Gas-Wasser-Kontakt, Speicherdruck, Hysteresis, Porenvolumen, Kissengasvolumen, Speicherverluste, Wirtschaftlichkeit**

Im vorliegenden Artikel wird der Einsatz einfacher Modelle für die Simulation des zyklischen Prozesses der Ein- und Ausspeisung von Gasen in wasserführenden Porenspeichern vorgestellt. Die Berechnung und graphische Auswertung solcher wichtiger Speicherparameter, wie die Lage des Gas-Wasser-Kontaktes, der mittlere gewichtete Speicherdruck und das Druck – Volumen – Diagramm (Hysteresis) erfolgt mit speziell entwickelten Toolboxen des Programmpaketes MATLAB®.
Durch zielgerichtete Anpassung der aus Modelldaten gewonnenen Hysteresis an praktische Messdaten (Parameteridentifikation) können wertvolle Informationen für die Bewertung des technischen Zustandes und für die vorausschauende wirtschaftliche Betriebsführung von Untertagespeichern in wasserführenden Speicherschichten gewonnen werden. Ein Schwerpunkt bildet die Berechnung des effektiven Poren- und Kissengasvolumens und die sich daraus ergebenden Gasverluste im Speicher.

The article deals with implementation of simple models for cyclic processes simulation of gas injection and withdrawal in water drive porous underground storage reservoirs. The calculation and graphic evaluation of such important storage parameters as the position of gas-water contact, mid-weight storage pressure and pressure-volume-diagram (hysteresis charts) are made with toolboxes of MATLAB® - Software, which were worked out for this purpose.
Due to well mapped-out adjustment of modelled hysteresis to practical measurements (parameter identification) important information can be obtained for evaluation of technical conditions as well as foresighted economic operation of underground storages in water drive storage levels. The main emphasis is put to the

calculation of the actual porous and cushion gas volume and resulting gas losses in underground storage reservoirs.

## 1. Einleitung

Die Untertagespeicherung von Erdgas ist ein im hohen Maße effizienter Prozess, der die konstanten Erdgaslieferungen durch lange Transitleitung mit dem saisonalen und wetterabhängigen Marktbedarf in Übereinstimmung bringt. Während des Sommers, wenn die Lieferungen über dem Bedarf liegen, werden die frei verfügbaren Erdgasmengen in die Untertagespeicher eingespeist. Während des Winters, wenn der Bedarf über den Lieferungen liegt, wird dieses Gas dem Speicher wieder entnommen. Die Untertagespeicherung erfolgt entweder in wasserführenden porösen und permeablen Gesteinsschichten oder in großen Hohlräumen (Kavernen), die durch Aussolen in bestimmten Salzformationen geschaffen werden.
Weil Erdgas in wasserführenden Porenspeichern stets unter einem hohen Druck steht und außerdem leichter als andere Fluide in die Poren, feinen Risse und isolierten Hohlräume des Speichergesteins eindringen kann, neigt es zur Migration und Versickerung. Wesentliche Faktoren, die zu einer Abwanderung des Gases beitragen, sind:

- die Druckgradienten im Speicher;
- die Permeabilität und Integrität des Gesteins;
- die Löslichkeit des Gases im Lagerstättenwasser;
- die Geometrie der Speicherschicht;
- die Fehler und Defekte in der geologischen Struktur des Speichers;
- die Untertage-Ausrüstung (Equipment) des Speichers sowie die
- die Art und Weise seiner operativen Steuerung.

Im Verlaufe der über viele Jahrzehnte dauernden Nutzung von wasserführenden Porenspeicher entstehen in der Regel Gasverluste, die durch eine rein buchhalterische Erfassung der ein- und ausgespeisten Mengen, ihre Saldierung und Zuordnung zu den Kategorien „Arbeitsgas“ und „Kissengas“ nicht quantifiziert werden können. Diese Verluste führen zu einer Abnahme der Erdgasbestände und damit zu einer geringeren Lieferfähigkeit. Neben den wirtschaftlichen Risiken für die

Speicherunternehmen können durch unkontrollierte Gasabwanderungen auch die Umwelt sowie Menschen und Güter gefährdet werden [1, 2].
Zuverlässige Informationen über die Höhe der Gasverluste in wasserführenden Porenspeichern müssen aus dem funktionalen Zusammenhang zwischen der ein- bzw. ausgespeister Gasmenge und dem mittleren Speicherdruck, d.h. aus gemessen und berechneten Größen abgeleitet werden. Grundlage dafür bilden einfache Modelle für die Simulation der zyklisch ablaufenden Filtrations- und Speicherprozesse. Für die Berechnung und graphische Auswertung solcher wichtiger Speicherparameter wie die Lage des Gas-Wasser-Kontaktes, der mittlere gewichtete Speicherdruck und das Druck – Volumen – Diagramm (Hysteresis) werden in dieser Arbeit speziell entwickelte Toolboxen des Programmpaketes MATLAB®[3] eingesetzt. Durch zielgerichtete Anpassung der aus Modelldaten gewonnenen Hysteresis an praktische Messdaten (Parameteridentifikation) und ihre graphische Auswertung können konkrete Aussagen über die Gasmigration und Gasversickerung in einem wasserführenden Porenspeicher gewonnen werden. Das im Artikel vorgestellte Verfahren ist nicht nur für klassische Aquifer-Speicher, sondern auch für erschöpfte bzw. teilerschöpfte Erdgaslagerstätten mit einem Wassertrieb in der Randzone einsetzbar.

## 2. Berechnungsgrundlagen

Das von dem französischen Ingenieur Henry Darcy (1803 – 1858) entdeckte und 1856 erstmals publizierte Filtrationsgesetz beschreibt in hervorragender Art und Weise den physikalischen Zusammenhang zwischen der Filtrationsgeschwindigkeit von Flüssigkeiten und Gasen in einem permeablen Medium und den für dieses Transportphänomen verantwortlichen Kräften, dem Druckgradienten und der Schwerkraft. In seiner klassischen Schreibweise lautet es [4]:

$$v_i = -\frac{k_{i,j}}{\mu}(\nabla_j p + \rho g_j)\,. \qquad (1)$$

Der Permeabilitätskoeffizient $k_{i,j}$, ein Tensor zweiter Ordnung, definiert in (1) den allgemeinen Fall von anisotropen Filtrationseigenschaften des Speichergesteins. Für den speziellen Fall eines Gesteins mit isotropen Filtrationseigenschaften, d.h. mit

gleichen bzw. sehr ähnlichen *k*-Werten in allen Richtungen ($k_{i,j} = k \cdot \delta_{i,j}$) lautet das vereinfachte Gesetz von Darcy:

$$v_i = -\frac{k}{\mu}(\nabla_j p + \rho g_j) \,. \tag{2}$$

Ist die Mächtigkeit einer Speicherschicht im Vergleich zu seiner linearen Ausdehnung gering, so lassen sich über die Vektor- und Gradientendarstellung von (2) aus dem Modell „Dünne Speicherschicht“ die folgenden invarianten Komponenten für die Berechnung der Filtrationsgeschwindigkeiten ableiten:

$$\begin{aligned} v^1 &= -\frac{k}{\mu}\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ v^2 &= -\frac{k}{\mu}\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ v^3 &= 0 \,. \end{aligned} \tag{3}$$

Hier ist

$$\Phi(x, y, t) = p(x, y, t) + \rho \cdot g \cdot z(x, y) \,. \tag{4}$$

das so genannte Filtrationspotential, dessen Ableitung gleich Null ist und das deshalb nur in den Punkten (*x, y*) auf der Oberfläche der Speicherschicht berechnet werden muss.

Die Gleichungen (3) und (4) bilden die Grundlage für die erfolgreiche Lösung, Analyse und Simulation einer Vielzahl von Filtrationsaufgaben. Unter Einbeziehung von entsprechenden Massenbilanzen sowie der konkreten Anfangs- und Randbedingungen lassen sich mit ihnen relativ einfache, in der Praxis effektiv einsetzbare Speichermodelle ableiten. Beispiele dafür sind in [5, 6, 7, 8, 9] zu finden.

### 2.1 Lineares Speichermodell

Bild 1 zeigt den Schnitt durch eine dünne Speicherschicht mit der durchschnittlichen Mächtigkeit *h*, die gegenüber der horizontalen Oberfläche den Neigungswinkel $\gamma$ besitzt. Die Ein- und Ausspeisung des Erdgases erfolgt über eine Reihe von Sonden, die rechtwinklig zur *x* – Achse in der Ebene *x = 0* angeordnet sind.

In der Ebene *x = L* sei eine Reihe von Entlastungssonden installiert, die in der sich herausbildenden Kontur mit dem Filtrationspotential $\Phi = const$ einen konstanten

Druck $p_{SK}$ gewährleisten. Das Modell unterstellt einen horizontalen Gas-Wasser-Kontakt (GWK) in der Ebene AB, wobei $x = a(t)$ die Bewegung des Punktes B längs der First in der Speicherschicht beschreibt.

Die Grenzen 0AB und ABC teilen die Speicherschicht in zwei Teile: im ersten Teil befindet sich Erdgas, im zweiten – Lagerstättenwasser.

Der Druck $p(t)$ in der Gasblase hängt dank der geringen Zähigkeit des Mediums Gas nicht von den Raumkoordinaten ab. Das Filtrationspotential

$$\Phi(x,t) = p(x,t) + \rho \cdot g \cdot z(x) \tag{5}$$

im wasserführenden Gebiet und die Filtrationsgeschwindigkeit $v(x,t)$ des Wassers sind mit dem Filtrationsgesetz von Darcy

$$v = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \tag{6}$$

verknüpft.

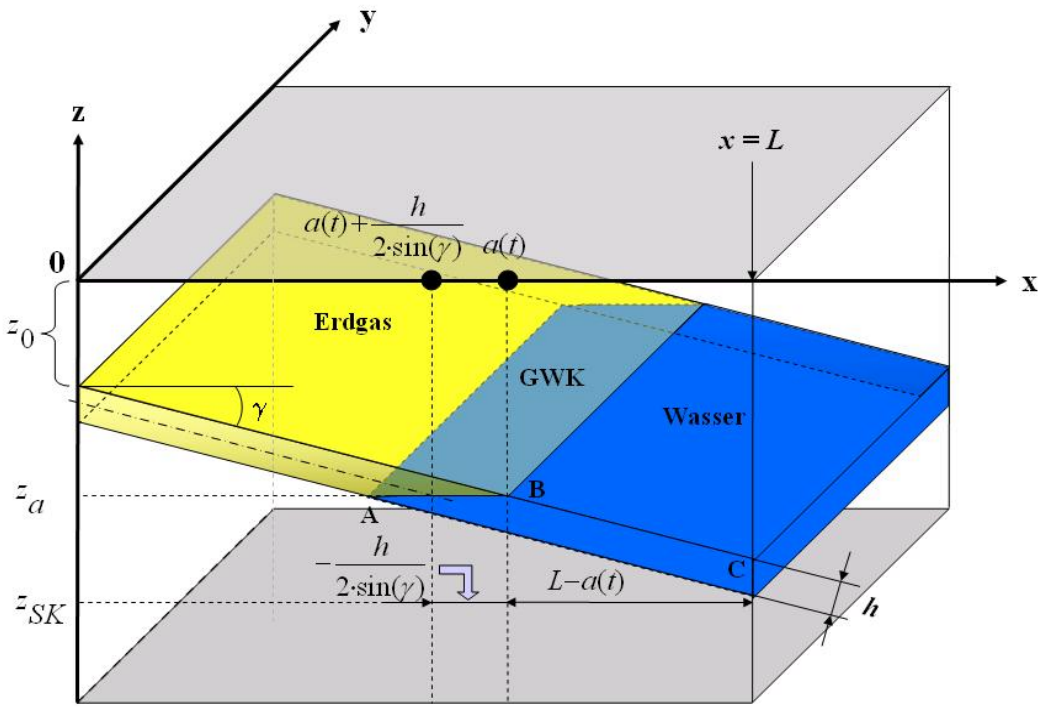



Bild 1: Lineares Speichermodell

Weil Wasser ein inkompressibles Medium ist, hängt seine Strömungsgeschwindigkeit nicht von der *x*-Koordinate ab. Das Filtrationspotential $\Phi$ im wasserführenden

Gebiet der Speicherschicht ändert sich deshalb nur linear. Die Gleichung (6) lautet deshalb:

$$v = -\frac{k}{\mu_W}\frac{\Phi[a(t),t]-\Phi_{SK}}{a(t)-L}, \tag{7}$$

bzw.

$$v = -\frac{k}{\mu_W}\frac{[p(t)-p_{SK}]+\rho_W g\cdot(z_a - z_{SK})}{a(t)-L}, \tag{8}$$

und schließlich

$$v = -\frac{k}{\mu_W}\left(\frac{p(t)-p_{SK}}{a(t)-L}+\rho_W g\cdot\tan(\gamma)\right). \tag{9}$$

Aus der Bedingung an der Grenze des GWK

$$m\cdot\frac{\partial a}{\partial t} = v \tag{10}$$

folgt daraus die gewöhnliche Differentialgleichung für die Berechnung der Funktion *a(t)*:

$$m\cdot\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{k}{\mu_W}\left(\frac{p(t)-p_{SK}}{a(t)-L}+\rho_W g\cdot\tan(\gamma)\right). \tag{11}$$

Die Gleichung (11) ist so nicht geschlossen lösbar, weil in ihr die unbekannte Funktion *p(t)* eingeht. Für die Bestimmung von *p(t)* wird deshalb die allgemeine Massenbilanz des im Speicher bereits vorhandenen sowie des ein- und ausgespeisten Gases genutzt:

$$q_G(t) = \frac{d\,M_G\big(p(t),a(t)\big)}{d\,t}. \tag{12}$$

Für die Lösung des Systems der zwei gewöhnlichen Differentialgleichungen (11), (12) wird das explizite numerische Lösungsverfahren von Runge - Kutta 4. Ordnung eingesetzt. Bild 2 zeigt die dafür mit dem Programmpaket MATLAB® geschriebene Toolbox.

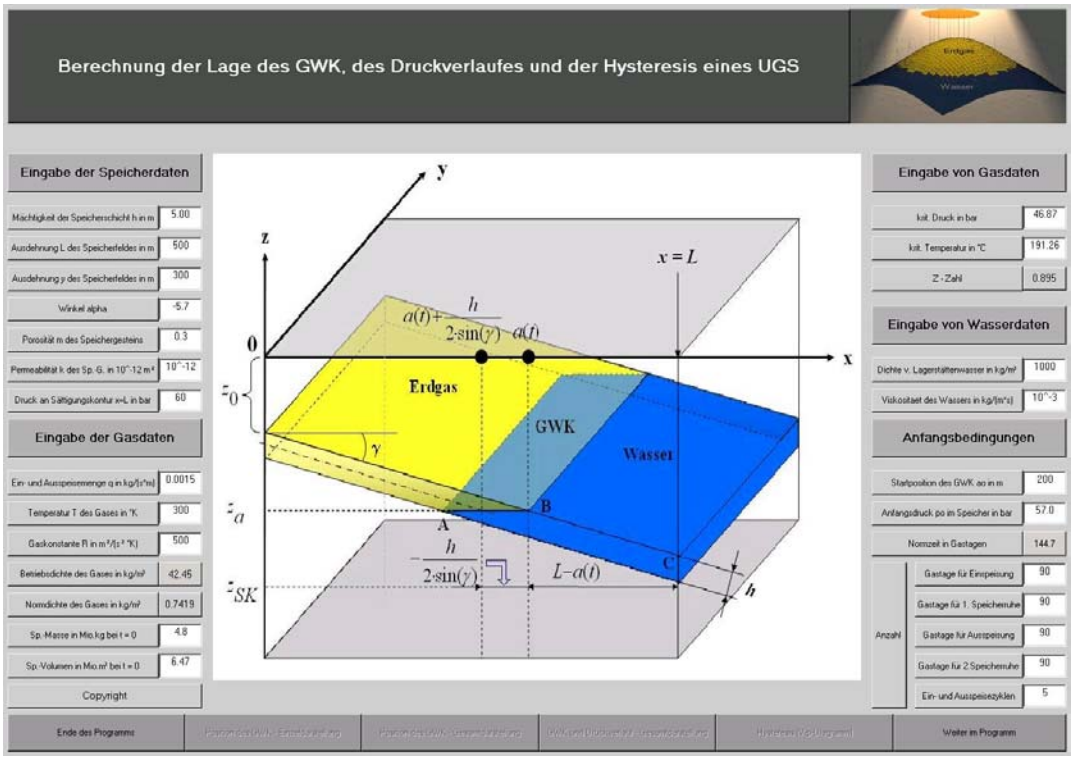



Bild 2: Matlab - Toolbox „Lineares Speichermodell“

## 2.2 Radial-symmetrisches Speichermodell

Beim radial-symmetrischen Speichermodell (Bild 3) handelt es sich um eine dünne, kreisförmige, nach oben gewölbte achsensymmetrische Speicherschicht mit der konstanten mittleren Mächtigkeit *h.* Die Ein- und Ausspeisung des Gases erfolgt über eine Gruppe von Sonden, die sich im Topbereich des Speichers befindet. Das mit Erdgas gefüllte Gebiet der Speicherschicht bildet in der horizontalen Ebene z = 0 bei $r = a(t)$ die Grenze des GWK, das mit Wasser gefüllte – den Kreisring $a(t) \le r \le R_{SK}$. In Analogie zum linearen Speichermodell ist das Filtrationspotential $\Phi = p + \rho_W \cdot g \cdot z$ und damit auch der Druck $p_{SK}$ an der Grenze $R_{SK}$ konstant.

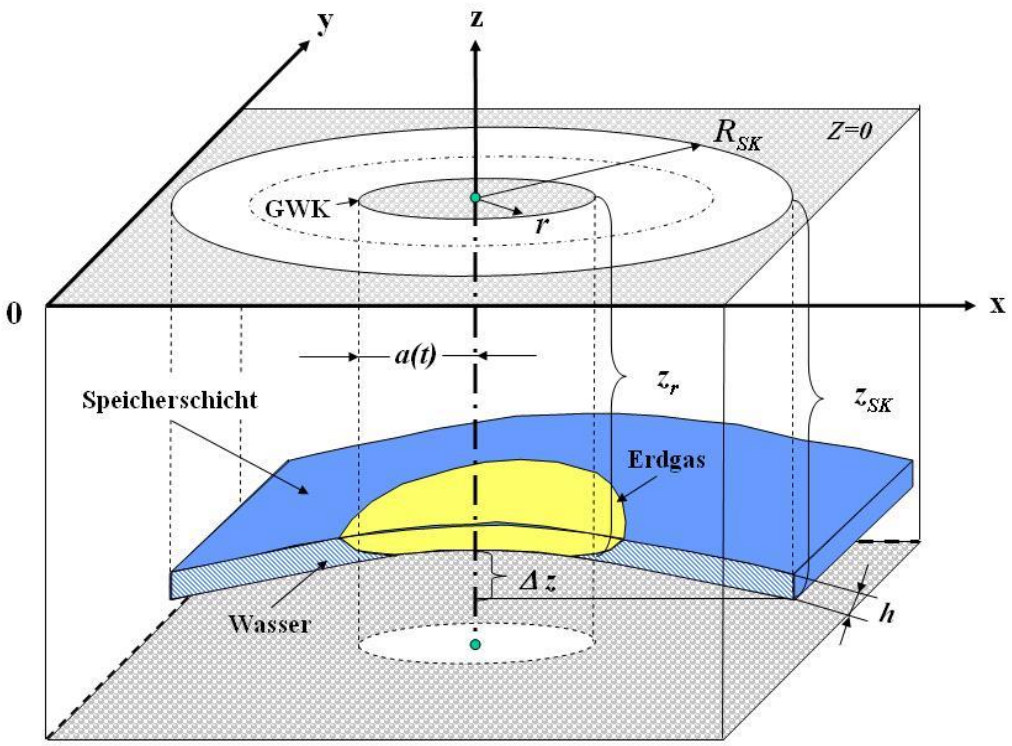



Bild 3: Radial-symmetrisches Speichermodell

Der sich bei $r = a(t)$ in der Speicherschicht einstellende Wasserfluss durch das Speichergestein berechnet sich aus der Gleichung:

$$Q(t) = 2\pi \cdot r \cdot h \cdot v_r \,. \tag{13}$$

Aus (13) folgt, dass sich die radiale Filtrationsgeschwindigkeit $v_r$ des Wassers umgekehrt proportional mit dem Radius $r$ ändert:

$$v_r = \frac{Q(t)}{2\pi \cdot h} \cdot \frac{1}{r} \,. \tag{14}$$

Das Filtrationsgesetz von Darcy (6) lautet in diesem Fall:

$$-\frac{k}{\mu_W} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{Q(t)}{2\pi \cdot h} \cdot \frac{1}{r} \,. \tag{15}$$

Aus der allgemeinen Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung (15) ergibt sich mit Hilfe der Randbedingung $\Phi_{SK} = p_{SK} + \rho_W \cdot g \cdot z_{SK}$ bei $r = R_{SK}$,

$$\Phi(r,t) = -\frac{Q(t)\cdot\mu_W}{2\pi\cdot h\cdot k}\cdot\ln\left(\frac{r}{R_{SK}}\right) + \Phi_{SK}\,. \tag{16}$$

Nach dem Übergang vom Filtrationspotential $\Phi$ auf den Druck *p*

$$p(t) = -\frac{Q(t)\cdot\mu_W}{2\pi\cdot h\cdot k}\cdot\ln\left(\frac{a(t)}{R_{SK}}\right) + \rho_W\cdot g\cdot(z_{SK}-z_r) + p_{SK}\,; \tag{17}$$

folgt daraus unter Beachtung der Randbedingung an der Grenze des GWK

$$m\cdot\frac{da}{dt} = \frac{Q(t)}{2\pi\cdot a(t)\cdot h}\,; \tag{18}$$

das System von zwei gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$p(t) = -\frac{m\cdot R_{SK}^2\cdot\mu_W}{4\cdot k}\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{a^2(t)}{R_{SK}^2}\right)\cdot\ln\left(\frac{a^2(t)}{R_{SK}^2}\right) + \rho_W\cdot g\cdot(z_{SK}-z_r) + p_{SK}$$

$$q_G(t) = \frac{d\,M_G\left(p(t),a(t)\right)}{d\,t}\,; \tag{19}$$

für die Berechnung der Größen *a (t)* und *p(t)*.

Die Lösung des Gleichungssystems (19) erfolgt mit Hilfe der im Bild 4 gezeigten MATLAB – Toolbox. Nach Eingabe aller Speicher-, Gas- und Wasserdaten sowie der Anfangsbedingungen berechnet diese Toolbox die Lage des GWK, den Verlauf des mittleren Speicherdruckes und die Hysteresis (Druck – Volumen – Diagramm) für eine beliebige Anzahl und Dauer der zyklisch ablaufenden Prozesse

- Einspeisung
- 1. Speicherruhe
- Ausspeisung
- 2. Speicherruhe.

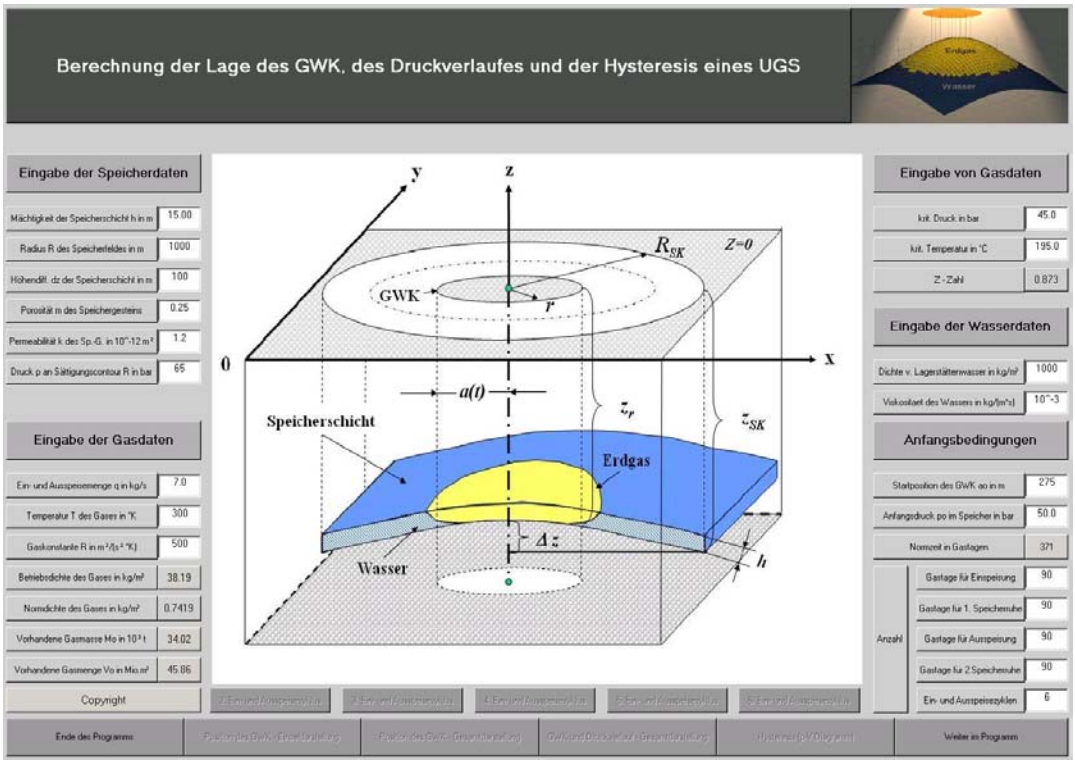



Bild 4: MATLAB - Toolbox „Radial - symmetrisches Speichermodell“

## 2.3 Berechnungsbeispiel

Für einen wasserführenden Porenspeicher mit radial symmetrischer Geometrie sollen die Lage des GWK, der Verlauf des mittleren Speicherdruckes und die Hysteresis für sechs vollständige Speicherzyklen berechnet werden. Folgende Daten des Untertagespeichers sind bekannt:

**Speicherdaten:**

- Mächtigkeit $h$ der Speicherschicht 15 m
- Radius $R_{SK}$ des Speicherfeldes 1000 m
- Höhendifferenz $\Delta z$ der Speicherschicht 100 m
- mittl. Porosität $m$ des Speichergesteins 0,25
- mittl. Permeabilität $k$ des Speichergesteins $1{,}2 \cdot 10^{-12}$ m²
- Druck $p_{SK}$ bei $R_{SK}$ (konstantes Filtrationspotential $\Phi$) 65 bar

**Gasdaten:**

- Ein- und Ausspeisemenge $q_G$ 7 kg/s
- Temperatur des Gases $T$ 300 °K
- Gaskonstante $R$ 500 m²/(s² °K)

- kritischer Druck $p_{krit}$ des Gases 45 bar
- kritische Temperatur $T_{krit}$ des Gases 195 °K

**Wasserdaten:**

- Dichte $\rho_W$ des Lagerstättenwassers 1000 kg/m³
- Viskosität $\mu_W$ des Lagerstättenwassers $10^{-3}$ kg/(m s)

**Anfangsbedingungen:**

- Startposition $a_0$ des GWK 275 m
- Anfangsdruck $p_0$ im Speicher 50 bar
- Anzahl der Gastage für die Einspeisung 90
- Anzahl der Gastage für die 1. Speicherruhe 90
- Anzahl der Gastage für die Ausspeisung 90
- Anzahl der Gastage für die 2. Speicherruhe 90
- Anzahl der vollständigen Speicherzyklen 6

Die Ergebnisse der Berechnung des ersten Ein- und Ausspeisezyklus (Bilder 5 – 7) sind in den nachstehenden Tabellen zusammengefasst.

***Gaseinspeisung***

| ***Speichergasvolumen*** | | | ***Lage des GWK*** | | | ***Speicherdruck*** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_0$ | $V_{Ein}$ | $\Delta V_{Ein}$ | $a_0$ | $a_{Ein}$ | $\Delta a_0$ | $p_0$ | $p_{Ein}$ | $\Delta p_{Ein}$ |
| Mio. m³ | Mio. m³ | Mio. m³ | m | m | m | bar | bar | bar |
| 45,9 | 118,4 | 72,5 | 275 | 329 | 54 | 50,0 | 90,4 | 40,4 |

***1. Speicherruhe***

| ***Speichergasvolumen*** | | | ***Lage des GWK*** | | | ***Speicherdruck*** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{Ein}$ | $V_{R1}$ | $\Delta V_{R1}$ | $a_{Ein}$ | $a_{R1}$ | $\Delta a_{R1}$ | $p_{Ein}$ | $p_{R1}$ | $\Delta p_{R1}$ |
| Mio. m³ | Mio. m³ | Mio. m³ | m | m | m | bar | bar | bar |
| 118,4 | 118,4 | 0 | 329 | 380 | 51 | 90,4 | 68,3 | 22,1 |

***Ausspeisung***

| ***Speichergasvolumen*** | | | ***Lage des GWK*** | | | ***Speicherdruck*** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{R1}$ | $V_{Aus}$ | $\Delta V_{Aus}$ | $a_{R1}$ | $a_{Aus}$ | $\Delta a_{Aus}$ | $p_{R1}$ | $p_{Aus}$ | $\Delta p_{Aus}$ |
| Mio. m³ | Mio. m³ | Mio. m³ | m | m | m | bar | bar | bar |
| 118,4 | 45,0 | 73,4 | 380 | 358 | 22 | 68,3 | 30,5 | 37,8 |

***2. Speicherruhe***

| ***Speichergasvolumen*** | | | ***Lage des GWK*** | | | ***Speicherdruck*** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{Aus}$ | $V_{R2}$ | $\Delta V_{R2}$ | $a_{Aus}$ | $a_{R2}$ | $\Delta a_{R2}$ | $p_{Aus}$ | $p_{R2}$ | $\Delta p_{R2}$ |
| Mio. m³ | Mio. m³ | Mio. m³ | m | m | m | bar | bar | bar |
| 45,0 | 45,0 | 0 | 358 | 305 | 53 | 30,5 | 40,7 | 10,2 |

Im Speicher befinden sich zum Beginn der Einspeisung 45, 9 Mio. m³ und am Ende - 118,4 Mio. m³ Erdgas. Durch die kontinuierliche Einspeisung von 7 kg/s vergrößert sich in den 90 Einspeisetagen der Radius der Gasblase von 275 auf 329 m, der Speicherdruck steigt von 50 auf über 90 bar. Insgesamt werden 72,5 Mio. m³ Erdgas eingespeist.

Während der 1. Speicherruhe verdrängt das unter hohem Druck stehende Erdgas in der Speicherschicht ($p_G > p_{SK}$) den GWK weiter in Richtung der Grenze $R_{SK}$. Nach 180 Tagen erreicht die Gasblase einen Radius von 380 m und einen Druck von ca. 68 bar.

Auch in den ersten 24 Tagen der sich anschließenden Ausspeisung dehnt sich die Gasblase weiter aus. Sie erreicht ihren Maximalwert bei $a\ (204)$ = 383 m und fällt dann auf $a\ (270)$ = 358 m ab. Insgesamt werden in dieser Phase 73,4 Mio. m³ Erdgas ausgespeist. Bei einem Speicherstand von 45 Mio. m³ sinkt der Druck des Gases auf 30,5 bar.

Während der 2. Speicherruhe steigt der Druck in der Gasblase wieder an. Ursache

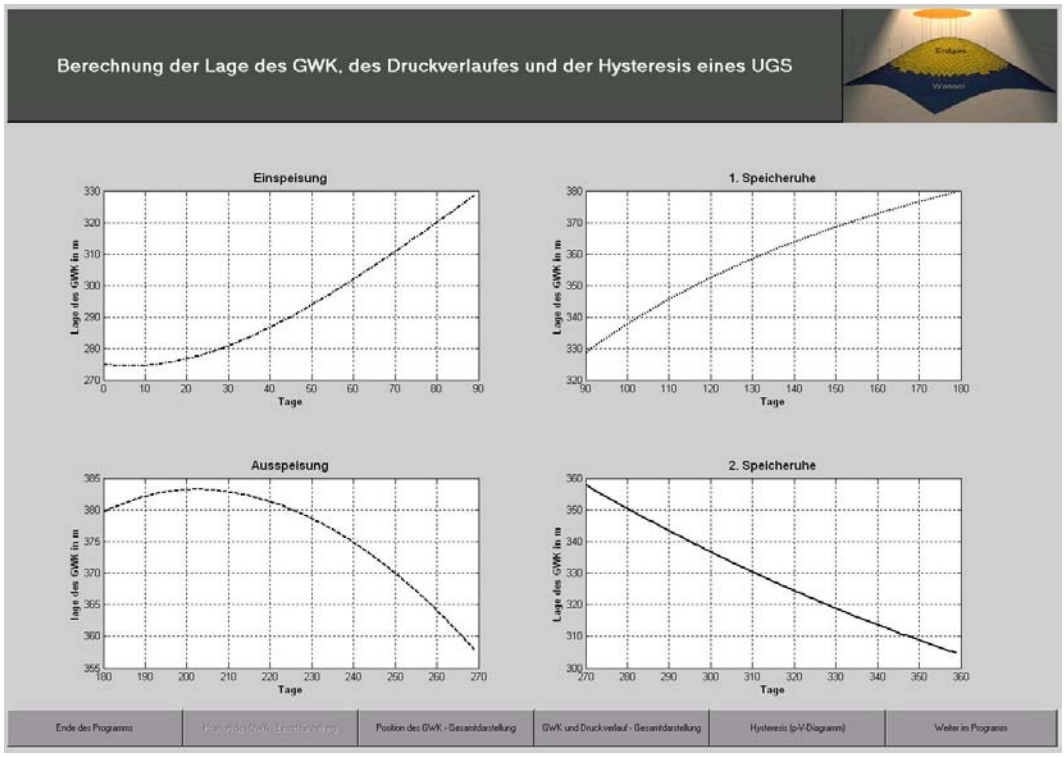



Bild 5: Lage des GWK im Verlauf des 1. Ein- und Ausspeisezyklus

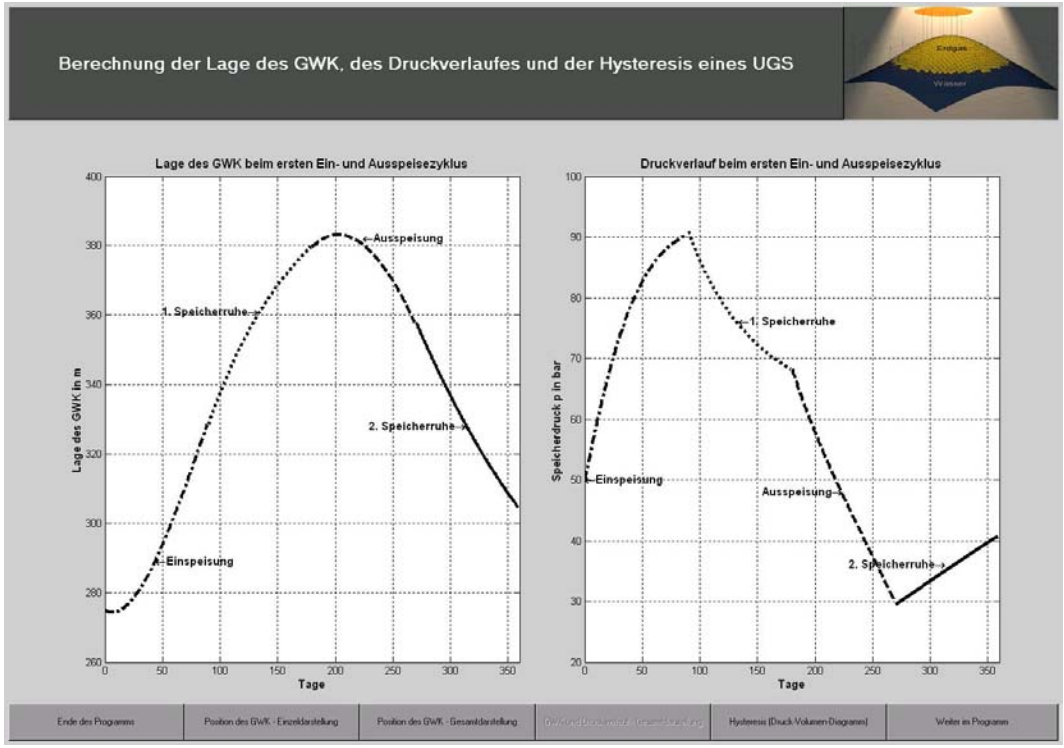



Bild 6: Lage des GWK und Speicherdruck im Verlaufe des 1. Ein- und Ausspeisezyklus

dafür ist der im Vergleich zum Gasdruck $p_G$ wesentlich höhere hydrostatische Druck $p_{SK}$ im Grenzgebiet $R_{SK}$ des Speichers. Die angesetzten 90 Tage Speicherruhe reichen nicht aus, um den ursprünglichen Druck am Beginn der Einspeisung wieder herzustellen. Die Hysteresis vom 1. Ein- und Ausspeisezyklus ist deshalb nicht geschlossen (Bild 7), d. h. der Speicher hat bei dieser Fahrweise noch nicht seinen Grenzzyklus erreicht.

Der Grenzzyklus wird beim 3. Ein- und Ausspeisezyklus erreicht (Bild 8). Das Gleichungssystem (19) besitzt dann nur noch eine periodische Lösung (Bild 9).

## 3. Hysteresis von Porenspeichern in wasserführenden Schichten

Mit Hilfe der Hysteresis von Porenspeichern in wasserführenden Schichten kann der aktuelle technische Zustand und die Wirtschaftlichkeit von in Betrieb befindlichen Untertagespeichern untersucht und bewertet werden.

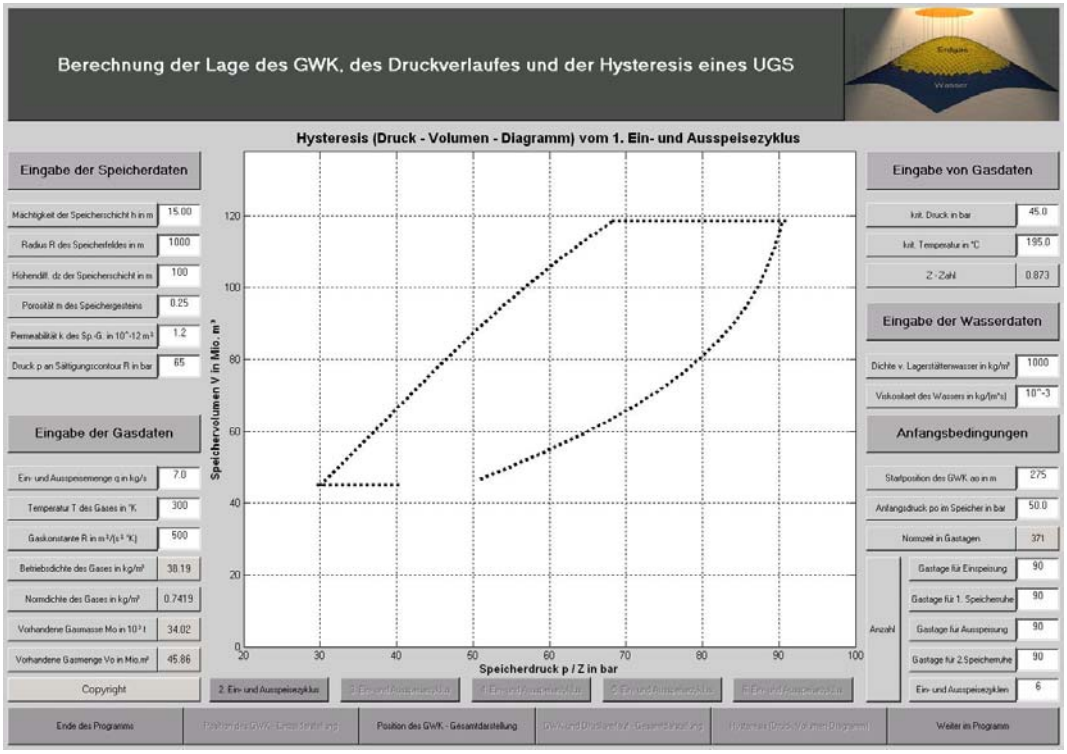



Bild 7: Hysteresis (Druck – Volumen – Diagramm) vom 1. Ein- und Ausspeisezyklus

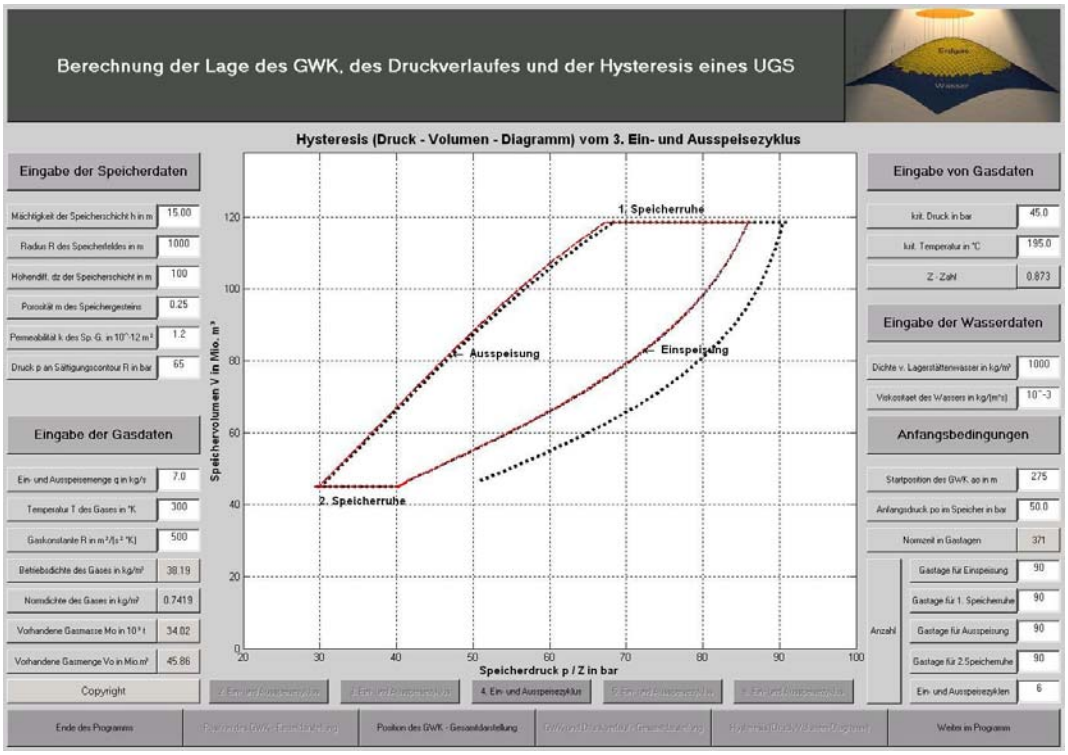



Bild 8: Hysteresis (Druck – Volumen – Diagramm) hat ihren Grenzzyklus erreicht

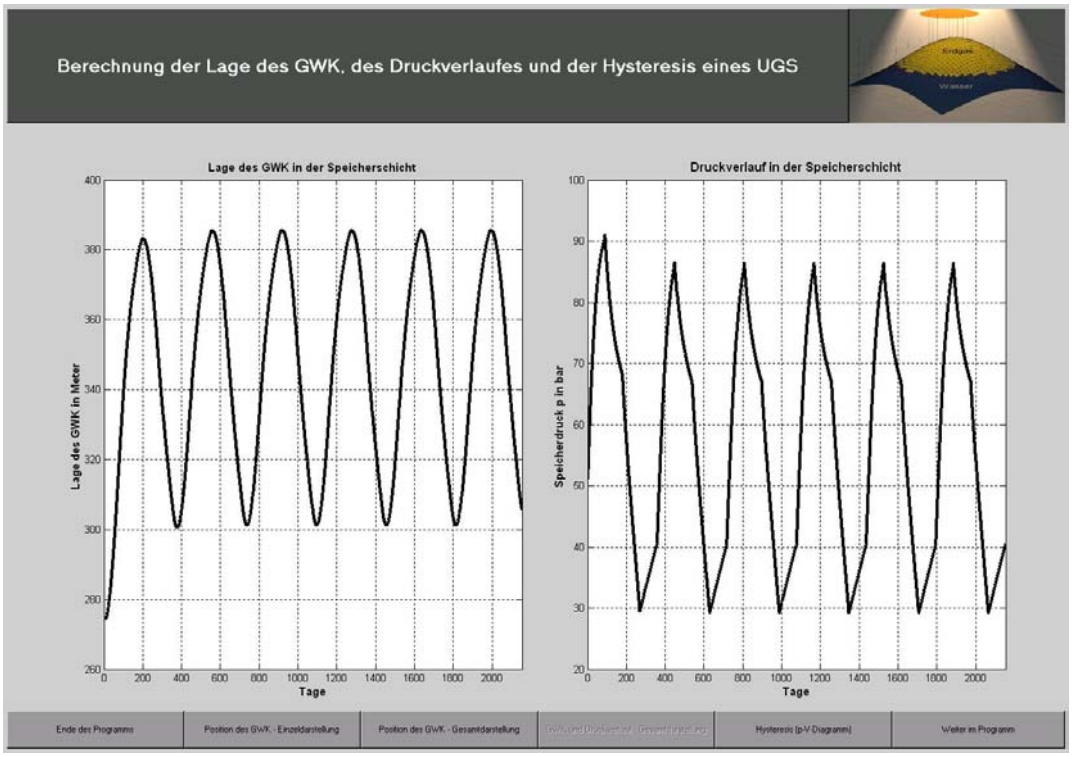



Bild 9: Lage des GWK und Speicherdruck im Verlaufe von sechs Ein- und Ausspeisezyklen

Die durch Messungen erhaltenen Druck – Volumen – Diagramme (Hysteresis) erlauben vorausschauend für definierte Zeiträume konkrete Aussagen über

- den effektiven Porenraum des Untertagespeichers;
- die tatsächlich vorhandene Kissengasmenge;
- die Speicherverluste durch Migration und Versickerung sowie
- über den Energieaufwand und die Energieverluste bei der Ein- und Ausspeisung des Gases [4, 5, 6].

Durch zielgerichtete Änderung der Eingabegrößen im idealisiert radialsymmetrischen Speichermodell (siehe Pkt. 2.3) kann die Hysteresis an praktische Messdaten (Parameteridentifikation) angepasst werden. Abweichungen von den Modellgrößen, z. B. durch den Einfluss der Zwei-Phasen-Filtration im Porenraum der Speicherschicht (im Modell sind die zwei Phasen Gas und Wasser durch den GWK scharf voneinander getrennt), werden bei dieser Adaption erfasst und weitgehend kompensiert.

### 3.1 Anpassung einer gemessenen Hysteresis an eine berechnete Hysteresis

Für die Darstellung der Dynamik zwischen der Gasblase und dem umgebenden Lagerstättenwasser in Form eines Druck – Volumen – Diagramms (Hysteresis) muss in vorgegebenen Zeitabschnitten der mittlere gewichtete Speicherdruck $p_{SpD} / Z$ und die Summe des in jede Sonde ein- bzw. ausgespeisten Gasvolumens $V_{G,i}$ bestimmt werden.

Der Druck des Gases an der Sohle einer in Betrieb befindlichen Ein- und Ausspeisesonde $p_{SD,i}$ (*i = 1, 2, 3, … n*) berechnet sich aus dem gemessenen Kopfdruck $p_{KD,i}$ mit Hilfe der Gleichung [6]:

$$p_{SD,i}^2 = p_{KD,i}^2 \cdot e^{2s_i} - \xi_i \cdot (e^{2s_i} - 1) \cdot q_{G,i} \left| q_{G,i} \right|;$$

wobei (20)

$$s_i = \frac{g \cdot H_i}{c_0^2} \qquad \text{und} \qquad \xi_i = \frac{8 \cdot \lambda_i \cdot c_0^4}{g \cdot \pi \cdot d_i^5}$$

sind.

Unter Berücksichtigung des so genannten Wirkraumes $F_i$ der Sonde $i$ , einer Größe, die nicht nur von den Speicherdaten, sondern auch von der Größenordnung

der Ein- und Ausspeiseleistung einer Sonde abhängig ist, folgt daraus der mittlere gewichtete Speicherdruck

$$p_{SpD} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot p_{SD,i}}{\sum_{i=1}^{n} F_i} . \tag{21}$$

Für die Berechnung des Kompressibilitätszahl *Z* wird hier der Einfachheit halber die aus [5] entnommene Approximationsgleichung:

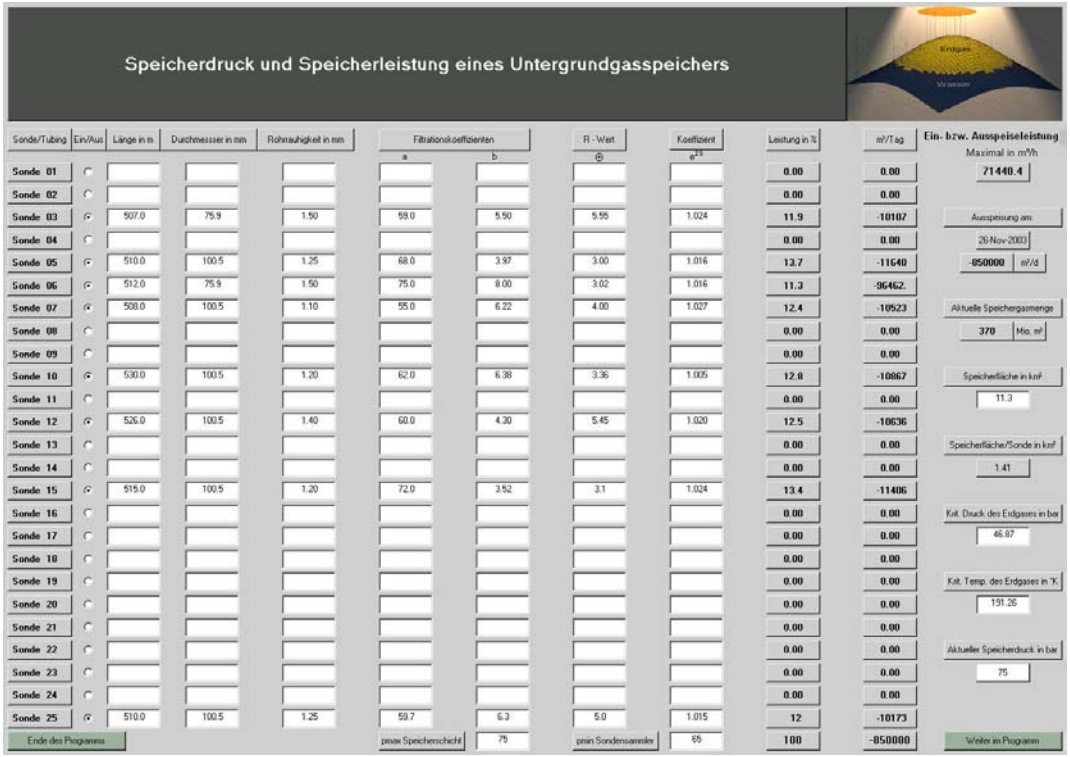
$$Z = 1 - 0,4278 \cdot \left( \frac{p_{SpD}}{p_{krit}} \right) \cdot \left( \frac{T_{SpT}}{T_{krit}} \right)^{-3,668} . \tag{22}$$

eingesetzt.

Die Ein- und Ausspeiseleistung $V_{G,i}$ jeder Sonde wird entweder gemessen oder aus der Gleichung

$$V_{G,i} = \frac{-\alpha_i + \sqrt{\alpha_i^2 + 4 \cdot (\beta_i + \Theta_i) \cdot (p_{SD,i}^2 - p_{KD,i}^2 \cdot e^{2s_i})}}{2 \cdot (\beta_i - \Theta_i)} \tag{23}$$

bestimmt. Hier sind $\alpha_i$ und $\beta_i$ die Filtrationskoeffizienten und $\Theta_i$ die Reibungszahl der jeweiligen Sonde, die aus Druck- und Flussmessungen (Leistungstests) berechnet werden. Für die Eingabe und Berechnung der oben definierten Daten und Größen wird ebenfalls eine Matlab – Toolbox genutzt (Bild 10).



Speicherdruck und Speicherleistung eines Untergrundgasspeichers

| Sonde/Tubing | Ein/Aus | Länge in m | Durchmesser in mm | Rohrrauhigkeit in mm | Filtrationskoeffizienten a | Filtrationskoeffizienten b | R - Wert | Koeffizient | Leistung in % | m³/Tag | Ein- bzw. Ausspeiseleistung Maximal in m³/h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sonde 01 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 71440.4 |
| Sonde 02 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | |
| Sonde 03 | ● | 507.0 | 75.9 | 1.50 | 59.0 | 5.50 | 5.55 | 1.024 | 11.9 | -10107 | Ausspeisung am: |
| Sonde 04 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 26-Nov-2003 |
| Sonde 05 | ● | 510.0 | 100.5 | 1.25 | 68.0 | 3.97 | 3.00 | 1.016 | 13.7 | -11640 | -850000 m³/d |
| Sonde 06 | ● | 512.0 | 75.9 | 1.50 | 75.0 | 8.00 | 3.02 | 1.016 | 11.3 | -96462. | |
| Sonde 07 | ● | 508.0 | 100.5 | 1.10 | 55.0 | 6.22 | 4.00 | 1.027 | 12.4 | -10523 | Aktuelle Speichergasmenge |
| Sonde 08 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 370 Mio. m³ |
| Sonde 09 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | |
| Sonde 10 | ● | 530.0 | 100.5 | 1.20 | 62.0 | 6.38 | 3.36 | 1.005 | 12.8 | -10867 | Speicherfläche in km² |
| Sonde 11 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 11.3 |
| Sonde 12 | ● | 526.0 | 100.5 | 1.40 | 60.0 | 4.20 | 5.45 | 1.020 | 12.5 | -10636 | |
| Sonde 13 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | Speicherfläche/Sonde in km² |
| Sonde 14 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 1.41 |
| Sonde 15 | ● | 515.0 | 100.5 | 1.20 | 72.0 | 3.52 | 3.1 | 1.024 | 13.4 | -11406 | |
| Sonde 16 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | Krit. Druck des Erdgases in bar |
| Sonde 17 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 46.87 |
| Sonde 18 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | |
| Sonde 19 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | Krit. Temp. des Erdgases in °K |
| Sonde 20 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 191.26 |
| Sonde 21 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | |
| Sonde 22 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | Aktueller Speicherdruck in bar |
| Sonde 23 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | 75 |
| Sonde 24 | | | | | | | | | 0.00 | 0.00 | |
| Sonde 25 | ● | 510.0 | 100.5 | 1.25 | 59.7 | 6.3 | 5.0 | 1.015 | 12 | -10173 | |
| Ende des Programms | | | | | pmax Speicherschicht | 75 | pmin Sondensammler | 65 | 100 | -850000 | Weiter im Programm |

Bild 10: Eingabe und Berechnung von Daten für die Hysteresis

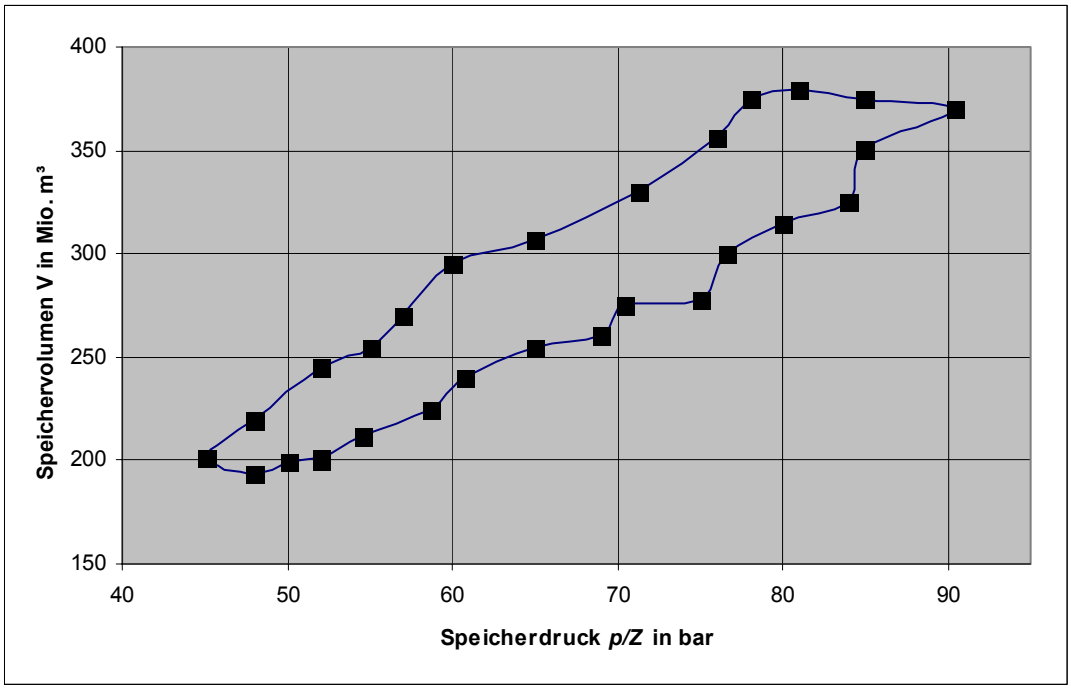



Bild 11: Gemessene Hysteresis eines Untertagespeichers (Aquifer)

Bild 11 zeigt die Hysteresis von einem Porenspeicher (Aquifer), die aus Messdaten erstellt wurde. Die Speichergasmenge beträgt 370 Mio. m³, davon 200 Mio. m³ - Kissengas und 170 Mio. m³ - Arbeitsgas. Das Verhältnis von Arbeits- und Kissengas ist 0,85.

Durch schrittweise Änderung der Speicher- und Gasdaten sowie der Anfangsbedingungen wurde auf dieser Grundlage eine adaptierte Hysteresis berechnet (Bild12). Sie stimmt mit den gemessenen Daten sehr gut überein und kann deshalb allen weiteren Betrachtungen und Analysen zugrunde gelegt werden.

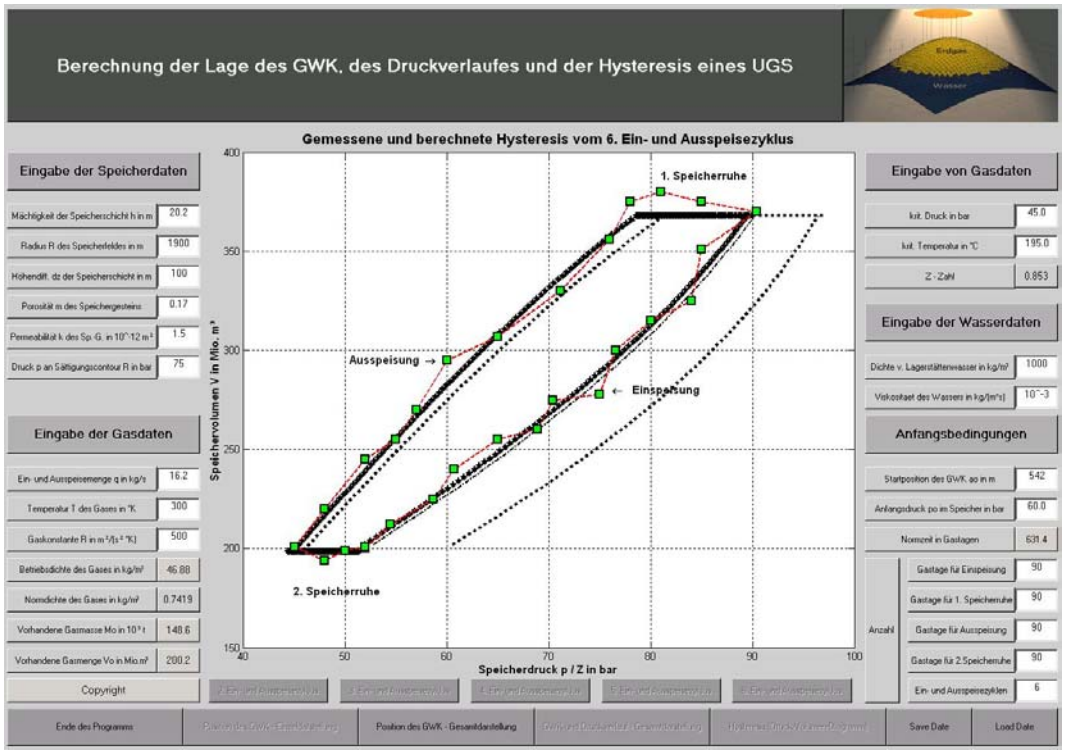



Bild 12: Auf der Grundlage von Messdaten berechnete Hysteresis

## 3.2 Bewertung des Poren- und Kissengasvolumens

Als Porenvolumen $V_P$ eines Speichers wird der mit Gas gefüllte Raum der Speicherschicht definiert. Der Wert von $V_P$ durchläuft in einem Speicherzyklus sowohl ein Minimum als auch ein Maximum. Die Extremwerte von $V_P$ auf der Hysteresis, liegen in der Regel jedoch nicht am Anfang der Einspeisung und nicht am Ende der Ausspeisung, sondern innerhalb des entsprechenden Kurvenverlaufs.

Für die Berechnung des Porenvolumens kann auf der Grundlage der Zustandsgleichung folgende einfache Beziehung abgeleitet werden:

$$V_P = \rho_0 \cdot R \cdot T \cdot \left( \frac{V_G}{p_{SpD} / Z} \right). \tag{24}$$

Da $\rho_0 \cdot R \cdot T$ eine Konstante ist, ändert sich die Größe des Porenvolumens proportional mit dem Tangens vom Winkels $\zeta$ , d.h. es gilt $\tan(\zeta) \approx V_G / ( p_{SpD} / Z )$. Der Wert von $\tan(\zeta)$ bestimmt demnach in jedem Punkt der Hysteresis das Porenvolumen.

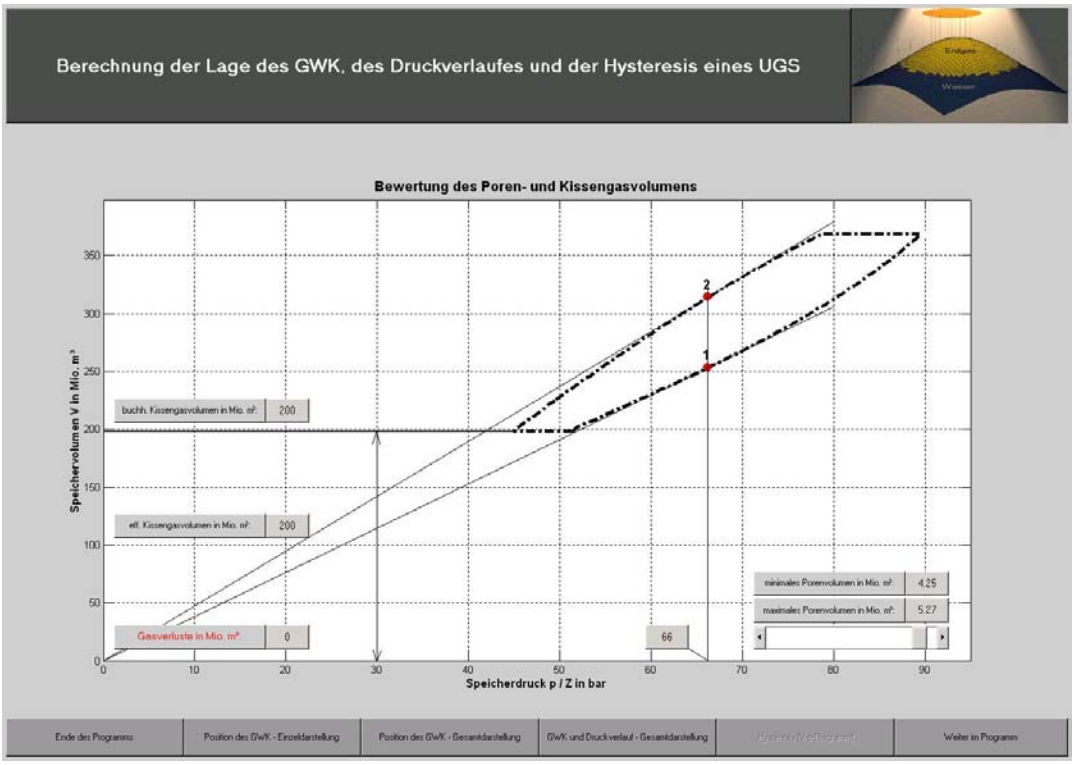



Bild 13: Bewertung des Poren- und Kissengasvolumens von einem Aquifer-Speicher nach dem 2. Betriebsjahr

Theoretische Analysen zeigen, dass die Dynamik des mit Gas gefüllten Porenraumes, durch die Gleichung

$$\frac{dV_P(t)}{dt} = \psi \cdot \frac{p(t) - p}{\ln\left[V_P(t)\right]} \tag{25}$$

beschrieben wird [13].

Aus Gleichung (25) folgt, dass sich bei $p > p_{SK}$ der mit Gas gefüllte Porenraum vergrößert und bei $p < p_{SK}$ - verkleinert. Somit erreicht der Porenraum dann sein Minimum und Maximum, wenn der Druck $p$ in der Gasblase und der Druck $p_{SK}$ in der Speicherkontur identisch sind. Aus der Bedingung $p = p_{SK}$ lässt sich folgender Lösungsansatz für die Bestimmung der Größe des minimalen und maximalen Porenvolumens aus der Hysteresis ableiten:

Gesucht ist der Schnittpunkt $V_V$ auf der Ordinaten-Achse, der von den zwei Tangenten durch die Punkte ***1*** und ***2*** im Druck - Volumen – Diagramm gebildet wird, die beide den gleichen Abszissen-Wert besitzen (siehe Bild 13). Die Strecke zwischen (0, 0) und $V_V$ auf der Ordinaten-Achse widerspiegelt dann den Anteil des Kissengases, der nicht mehr am Speicherprozess teilnimmt und in Abweichung von den buchhalterischen Beständen als Verlust einzustufen ist.

Bild 13 zeigt die Ergebnisse dieser Untersuchung für den im Pkt. 3.1 beschriebenen Aquifer-Speicher am Ende des 2. Betriebsjahres. Das maximale Porenvolumen betrug zu diesem Zeitpunkt 5,27, das minimale – 4,25 Mio. m³ (siehe Punkte 1 und 2). Der Schnittpunkt der Tangenten durch die Punkte 1 und 2 liegt im Koordinatenursprung, d.h. die Speicherverluste $V_V$ sind gleich Null. Das bedeutet, die im Speicher buchhalterisch erfasste Kissengasmenge (ca. 200 Mio. m³) ist noch im vollen Umfang vorhanden und nimmt aktiv am Ein- und Ausspeiseprozess teil.

Eine völlig andere Situation zeigt die aus Messdaten adaptierte Hysteresis des gleichen Speichers nach dem 10. Speicherzyklus (Bild 14). Auf Grund des Rückgangs der Ausspeiseleistung wurde der buchhalterische Kissengasanteil im Verlaufe von 5 Jahren von 200 auf 225 Mio. m³ erhöht. Die Hysteresis weist zwar eine ähnliche Form, aber eine geringere Neigung und eine nach oben verschobenePosition im Druck – Volumen – Diagramm aus. Die aus ihr berechneten Werte für das minimale und maximale Porenvolumen (siehe Punkte 3 und 4) besitzen verschiedene Abszissenwerte, ein deutlicher Hinweis auf Gasverluste durch Migration im Speicher. Die Speicherverluste werden mit dem oben beschriebenen Tangentenverfahren bestimmt. Auf der Hysteresis sind nur zwei Punkte mit gleichem Abszissenwert zu finden, deren Tangenten sich auf der Ordinatenachse schneiden. Der Abschnitt [0, $V_V$] entspricht dann dem Verlustanteil am buchhalterischen Kissengasvolumen.

Im betrachteten Beispiel erfüllen die Punkte 5 und 6 mit einem maximalen und minimalen Porenvolumen von 5,35 und 4,25 Mio. m³ bei einem Druck p / Z = 62 bar die o. g. Bedingungen. Der gefundene Schnittpunkt der beiden Tangenten auf der Ordinatenachse erlaubt die Schlussfolgerung, dass sich das effektive Kissengasvolumen gegenüber dem buchhalterischen Kissengasvolumen um den beachtlichen Betrag von ca. 44 Mio. m³ verringert hat. Das wirksame Kissengasvolumen im Aquifer-Speicher beträgt demnach nur noch ca. 181 Mio. m³.

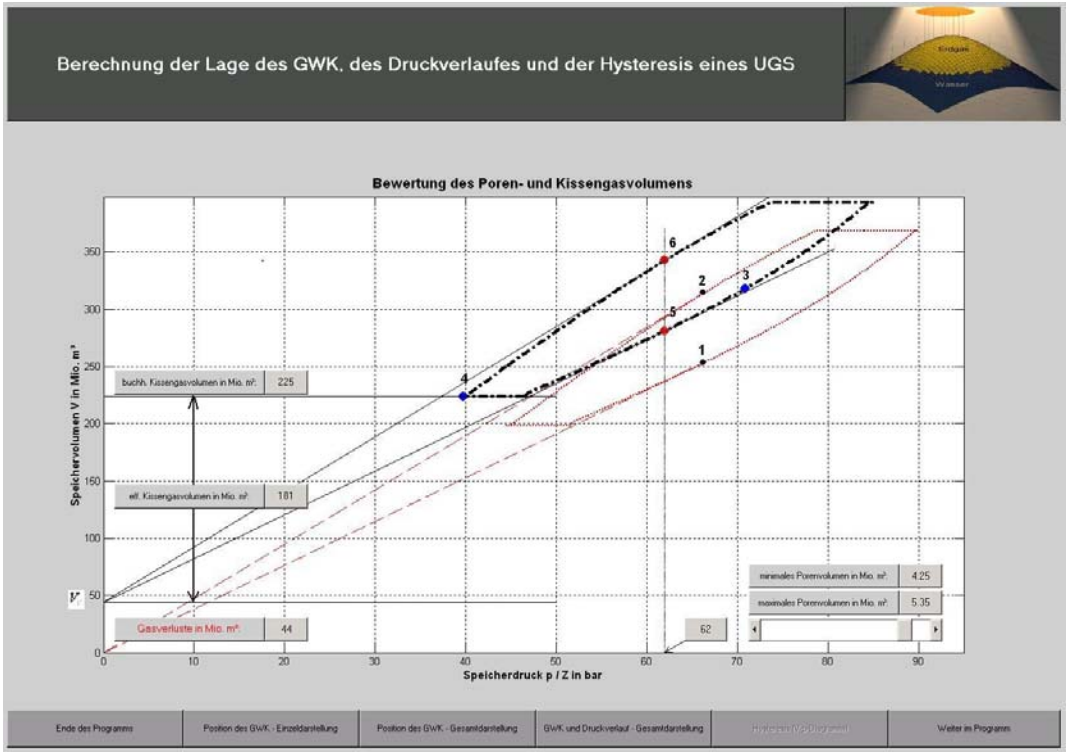



Bild 14: Bewertung des Poren- und Kissengasvolumens von einem Aquifer-Speicher nach 10 Betriebsjahren

Auf die Ursachen für das Auftreten der Gasverluste in dem betrachteten Aquifer-Speicher soll in diesem Artikel nicht näher eingegangen werden. Der verstärkte Anfall von Wasser und Sand bei der Ausspeisung ist jedoch in jedem Fall ein ernst zu nehmender Hinweis für eine Zunahme der Gasverluste in einem wasserführenden Porenspeicher.

## 4. Zusammenfassung

In einem liberalisierten Gasmarkt gewinnen Untertagespeicher zunehmend an Bedeutung. Sie gewährleisten nicht nur eine zuverlässige und wirtschaftliche Erdgasversorgung der Kunden, sondern ermöglichen auch den Betreibern auf kostengünstige Erdgasangebote des Marktes flexibel zu reagieren.

Für das Monitoring von Untertagespeichern, insbesondere für die Simulation der schwer überschaubaren hydrodynamischen Prozesse in wasserführenden Porenspeichern, werden in der Praxis verschiedene Speichermodelle eingesetzt. Professionelle Software (z. B. die Reservoirsimulation mit Geoquest's ECLIPSE), die in der Regel nur von speziell geschultem Personal bedient werden kann, ist dafür vorhanden [10].

In der vorliegenden Arbeit werden zwei einfache Speichermodelle für die Bewertung der Gasverluste durch Migration und Versickerung in wasserführenden Porenspeichern vorgestellt. Die Berechnung und graphische Auswertung der Mess- und Rechendaten von derartigen Speichern erfolgt mit speziell entwickelten Toolboxen des Programmpaketes MATLAB®.

Der Vergleich zwischen dem buchhalterischen und dem tatsächlich wirksamen Kissengasvolumen im Porenspeicher erfolgt in den Arbeitsschritten:

- Einlesen der Messdaten (Ein- und Ausspeisemengen, Kopfdrücke);
- Berechnung der mittleren gewichteten Speicherdrücke;
- Darstellung der aus den Mess- und Rechendaten erhaltenen Hysteresis;
- Adaption der gemessenen Hysteresis an geeignete Modelldaten;
- Bewertung des effektiven Poren- und Kissengasvolumens.

Die bisher durchgeführten Berechnungen zeigen, dass in wasserführenden Porenspeichern, die bereits über eine längere Zeit in Betrieb sind, das buchhalterische Kissengasvolumen nicht mit dem tatsächlich wirksamen, effektiven Kissengasvolumen übereinstimmt.

Mit dem vorgestellten Verfahren für die Bestimmung des effektiven Kissengasvolumens auf der Grundlage einer adaptierten Hysteresis können wertvolle Informationen für die Bewertung des technischen Zustandes und für die vorausschauende wirtschaftliche Betriebsführung von derartigen Untertagespeichern gewonnen werden.

**Verzeichnis der benutzten Formelzeichen**

| | | |
|---|---|---|
| $a(t)$ | - | Lage des Gas – Wasser – Kontaktes (GWK) in m; |
| $d$ | - | Innendurchmesser des Tubings der Sonde in mm; |
| $g$ | - | Erdbeschleunigung in m/s²; |
| $h$ | - | durchschnittliche Mächtigkeit der Speicherschicht in m; |
| $k$ | - | Permeabilität des Speichergesteins in $1{,}02 \cdot 10^{-12}$ m² $\triangleq$ 1 Darcy; |
| $m$ | - | Porosität des Speichergesteins; |
| $p$ | - | Druck in bar; |
| $q$ | - | Gasfluss in kg/s; |
| $r$ | - | Radius in m; |
| $s$ | - | Konstanter Faktor; |
| $t$ | - | Zeitkoordinate in s; |
| $v$ | - | Filtrationsgeschwindigkeit in m/s; |
| $x, y, z$ | - | Ortskoordinaten in m; |
| $F$ | - | Wirkraum der Sonde in m²; |
| $H$ | - | Länge des Tubings der Sonde in m; |
| $L$ | - | Lineare Ausdehnung der Speicherschicht in m; |
| $M$ | - | Masse in kg; |
| $P$ | - | Punkt mit minimalem oder maximalem Porenraum in Mio. m³; |
| $Q$ | - | Wasserfluss in m³/s; |
| $R$ | - | Radiale Ausdehnung der Speicherschicht in m |
| $V$ | - | Gasvolumen in Mio. m³; |
| $Z$ | - | Kompressibilitätszahl des Gases; |
| $\alpha$ | - | Filtrationskoeffizient in bar $^2 \cdot$ h/10³ m³; |
| $\beta$ | - | Filtrationskoeffizient in (bar $\cdot$ h/10³ m³) $^2$; |
| $\gamma$ | - | Neigung der Speicherschicht in Grad; |
| $\delta$ | - | Kronecker-Symbol; |
| $\Phi$ | - | Filtrationspotential in kg/(m $\cdot$ s²); |
| $\lambda$ | - | Rohrreibungszahl des Tubings der Sonde; |
| $\mu$ | - | dynamische Zähigkeit des Lagerstättenwassers in Pa $\cdot$ s; |

| | | |
|---|---|---|
| $\Theta$ | - | Reibungsbeiwert in $(\text{bar} \cdot \text{h}/10^3\ \text{m}^3)^2$; |
| $\rho$ | - | Dichte in kg/m³; |
| $\xi$ | - | Konstanter Faktor; |
| $\psi$ | - | Konstanter Faktor; |
| $\zeta$ | - | Winkel der Tangente in Grad; |
| $\nabla$ | - | Nabla – Operator; |

***Indizes:***

| | | |
|---|---|---|
| $a$ | - | bei $r = a$; |
| $i$ | - | Laufindex; |
| $j$ | - | Laufindex; |
| *krit* | - | Kritische Zustandsgrößen; |
| $r$ | - | Lage bei $r$ |
| *A* | - | Arbeitsgas; |
| *Aus* | - | Ausspeisung |
| *Ein* | - | Einspeisung; |
| *G* | - | Gas; |
| *K* | - | Kissengas |
| *K D* | - | Kopfdruck der Sonde; |
| *P* | - | Porenraum |
| *R 1* | - | 1. Speicherruhe; |
| *R 2* | - | 2. Speicherruhe; |
| *S D* | - | Sohldruck der Sonde; |
| *SK* | - | Speicherkontur; |
| *Sp D* | - | mittlerer Gasdruck im Speicher; |
| *Sp T* | - | mittlere Gastemperatur im Speicher; |
| *V* | - | Verluste; |
| *W* | - | Wasser; |
| *0* | - | bei $t = 0$. |

**Literaturverzeichnis**


[1] Tek, M. R.
Underground Storage of Natural Gas
Theory and Practice
Kluwer Academic Publishers, 1988

[2] Tek, M. R.
Natural Gas Underground Storage : Inventory and Deliverability
PennWell Publishing, 1996

[3] MATLAB®. The MathWorks, Inc., Apple Hill Drive 2, Natick, MA 01760-2098, USA

[4] Darcy, H.
Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Paris 1856
“Exposition et application des principes à suivre et des formules
à employer dans les questions de distribution d'eau ouvrage terminé
par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes
au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de forte, de plomb de
tôle et de bitume“

[5] Tscharnij, I. A.; Astrachan, D. I. u. a.
Gasspeicherung in horizontalen und fallenden wasserführenden
Schichten (russ.)
Nedra, Moskau, 1968

[6] Korotaev, J. P.
Komplexe Erkundung und Gewinnung von Gaslagerstätten (russ.)
Nedra, Moskau, 1968

[7] Fetkovich, M. J.
A Simplified Approach to Water Influx Calculations-Finite Aquifer-Systems
Journal of Petroleum Technology, Juli 1971, p. 814 - 828

[8] Dake, L. P.
Fundamentals of Reservoir Engineering
Elsevier, Amsterdam – London – New York – Tokyo, 1978

[9] Katz, D. L.; Lee, R. L.
Natural Gas Engineering
Production and Storage
McGraw-Hill Publishing Company, 1990

[10] Economic Commission for Europe, Geneva
Underground Storage of Natural Gas and LPG
ECE EnergySeries No. 3
UNITED NATIONS, New York, 1990